

# ***Por qué y cómo se hace investigación en matemática \****

**Yves Meyer**

## **1. MATEMÁTICA, REBELDÍAS Y LIBERTADES**

Yo tenía cinco años cuando finalizó la segunda guerra mundial, y quince años cuando se declaró la guerra de Argelia. Ésta duró siete años.

Comencé a amar la matemática alrededor de los trece años. Era en Túnez, donde pasé mi infancia.

África del Norte era todavía una colonia francesa, pero Marruecos, Túnez y Argelia empezaban a luchar por su independencia. La respuesta de Francia a los reclamos de los nacionalistas era frecuentemente una represión brutal y, algunas veces, el comienzo de un diálogo.

Yo era un niño rebelde y sentía en el fondo de mí que los argumentos en favor del colonialismo no eran más que mentiras. Muchos adultos aceptaban la injusticia y el orden establecido. Sus opiniones no me inspiraban confianza y llegué a la conclusión de que no se puede llegar a la verdad escuchando a los demás.

Descubrir la verdad por mí mismo se transformó entonces en una necesidad. Yo no sabía que esto es imposible fuera del ámbito restringido de la matemática. He aquí lo que yo creía: si un problema es hoy demasiado difícil para mí, tarde o temprano terminaré por encontrar la solución, pues un amor sincero, lúcido e inquieto por la verdad permite acceder al conocimiento.

Los problemas de geometría me proporcionaban un placer doble. Yo podía, en primer lugar, comprobar, haciendo un dibujo, que los nueve puntos que me pedían construir estaban efectivamente sobre un mismo círculo, como me lo habían anunciado. Y luego debía demostrarlo. El placer intelectual de encontrar una demostración elegante se mezclaba entonces al placer producido por la belleza de la imagen.

En física o en las ciencias experimentales, el conocimiento me parecía estar emparentado con una suerte de creencia, pues yo no podía controlar o verificar por mí mismo lo que decía el profesor. Él utilizaba constantemente argumentos de autoridad que yo detestaba. Decía, por ejemplo: Michelson y Morley han hecho tal experimento y obtenido tal resultado. Uno no podía repetir tal experimento, y me parecía tan idiota creerle a Michelson como creer en las brujas.

En matemática hay una igualdad total entre el maestro y el alumno. Yo puedo probar, por la precisión y la fuerza de mis argumentos, que el maestro se equivoca. La matemática significaba por lo tanto la libertad (de pensar por mí mismo) y la igualdad (con el maestro).

Serían necesarios muchos años más para que descubriera la fraternidad entre los investigadores.

## 2. LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA

Los niños resuelven los problemas propuestos por los profesores. Haciéndolo, los niños se vuelven investigadores. Pero no han agregado una nueva piedra al edificio de la matemática, pues el profesor ya sabía la solución. El oficio de investigador consiste en descubrir lo que nadie sabe aún. ¿Estos niños, transformados en adultos, tienen derecho a consagrar sus vidas a una actividad tan pueril? ¿Quién les dirá qué problemas resolver? ¿Un investigador en matemática es un niño que se ha negado a envejecer?

Si es verdad que se puede, en matemática, separar lo verdadero de lo falso utilizando los propios recursos, la siguiente pregunta es: ¿hacia dónde, en qué dirección dirigir los esfuerzos?

André Weil era amigo de Jean Delsarte. Cuando Delsarte murió, Weil rindió homenaje a la obra científica de su amigo. Delsarte, nos dice André Weil, definía con total libertad e independencia sus temas de investigación.

Yo hice lo mismo, y decidí, sin consultar a nadie, el tema de mi trabajo de tesis. En mis tiempos, la tesis era el resultado de cinco años de esfuerzos y descubrimientos. La tesis es, aún hoy, el primer combate y la primera victoria en la vida de un investigador.

Montaigne (1533-1592) insiste, por el contrario, en la solidaridad que une a los investigadores, y en sus *Ensayos* describe la cadena humana que hace avanzar a la ciencia.

Aquello que mi fuerza no puede descubrir, no dejo de sondearlo y de probarlo y, palpando y amasando esta nueva materia, removiéndola y calentándola, hago un poco más fácil el camino a aquel que me sigue. Hará lo mismo el segundo respecto del tercero y por ello la dificultad no debe desesperarme, ni tampoco mi impotencia...

La investigación en matemática me parece hoy una obra colectiva. Mis esfuerzos, lo que descubro o comprendo, no tienen otro sentido que el de prolongar o completar el trabajo de otros matemáticos. Esto conduce a pensar en la existencia de un misterioso director de orquesta que dirige "desde lo alto del cielo" el trabajo de los que hacen investigación.

Como lo señalaba Jean Pierre Serre con tristeza, luego de una conferencia en la Academia de Ciencias, el teorema que da la lista completa de grupos finitos simples es una obra colectiva de más de seis mil páginas que ningún matemático podrá jamás leer íntegramente (un grupo finito es simple si no contiene ningún subgrupo  $H$  tal que  $G/H$  sea también un grupo).

En este caso, el misterioso director de orquesta fue Daniel Gorenstein.

### 3. ALBERTO P. CALDERÓN

Fue aproximadamente en 1974 cuando renuncié a mi orgullosa independencia. Durante una decena de años (1974-1983), acepté ser discípulo de Calderón.

Pero para ser discípulo de un maestro es necesario, además, que el maestro nos acepte como discípulos.

Calderón me aceptó y me develó su programa de investigación. Este programa consistía en la construcción de nuevos operadores que iban a revolucionar el análisis complejo y las ecuaciones en derivadas parciales. Calderón me dejaba entrever el nuevo mundo que él se proponía descubrir y explorar con la ayuda de estos nuevos operadores. Los operadores son tan útiles a los matemáticos como lo son los motores eléctricos a los ingenieros.

Pero para que el programa de Calderón funcionara era necesario abrir una puerta mágica. Esta puerta permanecía cerrada con llave, y nadie podía penetrar en el mundo encantado evocado por Calderón. Esta puerta mágica tenía un nombre: la continuidad del núcleo de Cauchy sobre curvas Lipschitz.

En mayo de 1981, después de siete años de trabajo, terminé por comprender cómo se abría dicha puerta. En la actualidad, ésta se abre aún más fácilmente gracias a los trabajos de Joan Verdera, de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Durante esos siete años aprendí a trabajar en equipo y el asalto final contó con la ayuda o la colaboración de mis amigos Ronald Coifman y Alan McIntosh. Fue así como comprendí que la fraternidad juega un rol esencial en la investigación en matemática.

Alberto Calderón me trataba como un amigo y yo tenía un gran afecto por él. Yo no ocultaba mis opiniones políticas. Las suyas eran muy diferentes. Pero a mí me gustaban sus críticas. Por ejemplo, él detestaba a Atahualpa Yupanqui y, con su amabilidad usual, me explicaba las razones de su desacuerdo.

Él me hizo descubrir los poemas de Jorge Luis Borges, en particular el Poema de los dones, que comienza así:

*Nadie rebaje a lágrima o reproche  
Esta declaración de la maestría  
De Dios, que con magnífica ironía  
Me dio a la vez los libros y la noche.*

Alberto Calderón me hizo comprender los serios errores y los aspectos nefastos del peronismo. Calderón era un hombre reservado. Sin embargo, a veces se dejaba llevar por la nostalgia y evocaba sus largos paseos por el Buenos Aires de su juventud. En junio de 1997 la Universidad Autónoma de Madrid le rindió un último homenaje y yo tuve la felicidad de volver a verlo en esa ocasión.

## **4. LA MATEMÁTICA Y EL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO**

Nicolás Bourbaki es el nombre de un pequeño grupo de matemáticos franceses.

El objetivo de Bourbaki fue desarrollar el rigor, la coherencia y la unidad de la matemática. Desde su punto de vista, Henri Poincaré era señalado como un “mal alumno”, pues en su obra resultaba que las hipótesis de un teorema eran modificadas a lo largo del desarrollo de la demostración...

Bourbaki, a pesar de su injusta crítica a la obra de Poincaré, logró dar mayor unidad a la matemática, pero, simultáneamente, aumentó la separación existente entre la matemática y la física.

Como decía al comienzo, la física me había inspirado una gran desconfianza, hasta que, hacia 1985, cambié de opinión al comprender mejor la unidad de las ciencias. Esta nueva visión se la debo a Alex Grossmann y a Jean Morlet. El primero es un especialista en mecánica cuántica; el segundo, un ingeniero.

Grossmann y Morlet trabajaban en problemas vinculados con la búsqueda de petróleo y, más precisamente, de la vibro sísmica. Y ellos comenzaron por redescubrir una identidad importante que había sido encontrada por Alberto Calderón veinte años antes. Pero ellos hicieron mucho más que eso: comprendieron que esta identidad proporcionaba un nuevo lenguaje que permitía describir las señales y las imágenes.

Ingrid Daubechies, Stephan Mallat y yo íbamos a descubrir a partir de ahí los algoritmos numéricos rápidos que permitieron integrar la visión de Jean Morlet en lo que hoy se llama la revolución numérica. Los resultados de estas búsquedas permitieron, por ejemplo, acelerar la transmisión de imágenes en la Web, pero también se aplican en el tratamiento de imágenes médicas. Los operadores que yo había creado siguiendo el programa propuesto por Calderón juegan hoy un papel esencial en dicha revolución numérica.

En este ejemplo, los matemáticos siguieron la ruta trazada por los físicos. Pero hay también ejemplos en el sentido inverso, en que los matemáticos han sido los profetas. Los matemáticos no están aislados del mundo que los rodea, aun si ellos creen lo contrario. Ellos anuncian a veces el mundo que vendrá.

He aquí un ejemplo de esta capacidad de adivinación de la matemática. En 1969, cuando era profesor en la Universidad de París-Sud, me empeñé en la resolución de un problema matemático difícil, planteado por Raphaël Salem.

Motivado por este problema, encontré una configuración geométrica que es una nueva manera de distribuir pequeños guijarros en un plano. De esta manera, había descubierto los cuasicristales diez años antes de que fueran encontrados en la naturaleza, en química. Los pequeños guijarros representan las ubicaciones de los átomos. Los cuasicristales son actualmente mucho más importantes que el problema propuesto por Salem, pues son ordenamientos moleculares que tienen notables propiedades físicas.

## **5. LA MATEMÁTICA Y LA AFLICCIÓN HUMANA**

Bárbara Weiss - esposa del matemático Guido Weiss - me veía una tarde de 1981 trabajar encarnizadamente en un problema planteado por su marido, y me dijo: “Yves, si en lugar de trabajar en esas matemáticas que para nada sirven, utilizaras tu inteligencia en aliviar el sufrimiento humano, las cosas irían un poco menos mal en este mundo”. El reproche me hirió, pero continué mi trabajo matemático y dos días después había resuelto el problema planteado.

Aún hoy, después de transcurridos tantos años, no sé responder a las críticas de Bárbara Weiss.

Una respuesta un poco simple y quizá mentirosa sería la siguiente: “Sí, yo he podido aliviar el sufrimiento humano”. De hecho, gracias al trabajo de todo un grupo de investigadores y médicos, los nuevos métodos de tratamiento de imágenes que Ingrid Daubechies, Stéphane Mallat y yo descubrimos, se aplican en numerosos problemas planteados por las imágenes médicas.

Pero esta respuesta es mentirosa, pues lo que yo espero de mi trabajo de matemático es volver a encontrar esa mezcla de miedo, excitación y alegría que siente un niño al buscar el tesoro perdido en una isla misteriosa.

Texto presentado en el seminario inaugural del curso 2001-2002 del Proyecto: Detección y Estimulo del Talento Precoz en Matemáticas en la Comunidad de Madrid, organizado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y la Fundación Airtel.