CICLO BÁSICO COMÚN EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA
CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA DICIEMBRE DE 2004
GUTIERREZ-FAURING

---

1. El conjunto de valores de k tales que la matriz $\begin{bmatrix} k\text{-}1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 2 \\ 0 & k & 1 \end{bmatrix}$ no es inversible es

☐ $\varnothing$ ☐ $\mathbb{R}-\{1\}$ ☐ $\{0,1\}$ ☐ $\{0,1,2\}$

---

2. Si $(1,2,3)$ y $(0,1,\text{-}1)$ son soluciones de $Ax=b$, con $A\in\mathbb{R}^{3\times 3}$ y $b\neq 0$, entonces una solución de $Ax=3b$ es:

☐ $3(1,2,3)+3(0,1,-1)$ ☐ $3(1,2,3)-(0,1,-1)$
☐ $(1,2,3)+(0,1,-1)$ ☐ $2(1,2,3)+(0,1,-1)$

---

3. Si A y $B\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ $\det A=6$ y $\det B=-2$, entonces $\det\left(3AB^{-1}\right)$ es igual a:

☐ -27 ☐ 27 ☐ -9 ☐ -36

---

4. La suma de todas las raíces de $P(x)=2x^3-3x^2-3x+2$ es igual a:

☐ $-3/2$ ☐ 3 ☐ -3 ☐ $3/2$

---

5. La recta que pasa por $P=(1,2,-1)$ y $Q=(2,1,0)$ es:

☐ $\lambda(-1,1,-1)+(0,3,-2)$ ☐ $\lambda(1,2,-1)+(-1,1,-1)$
☐ $\lambda(1,2,-1)+(2,1,0)$ ☐ $\lambda(-1,1,-1)+(-1,1,-1)$

---

6. Dados el plano $\Pi : 2x+y-2z=2$ y el punto $P=(2,0,-2)$, se verifica $d(P,\Pi)=$

☐ 2 ☐ -2 ☐ $10/3$ ☐ $8/3$

---

7. Si $\mathbb{S}=\left\langle(1,\text{-}1,2,3)\ ;\ (0,1,1,2)\right\rangle$ y $\mathbb{W}=\left\{x\in\mathbb{R}^4 / x_1-x_2-x_4=0\right\}$, entonces $\mathbb{S}^{\perp}\cap\mathbb{W}=$

☐ $\left\langle(1,0,-2,1)\ ;\ (1,1,0,0)\right\rangle$ ☐ $\left\langle(1,0,-2,1)\right\rangle$ ☐ $\{0\}$ ☐ $\left\langle(3,-4,5,7)\right\rangle$

---

8. Si $\mathbb{S}=\left\langle(1,2,1)\ ;\ (0,k,-2)\ ;\ (1,0,k+1)\right\rangle$, el conjunto de los k tales que $\mathbb{S}=\mathbb{R}^3$ es

☐ $\mathbb{R}-\{2\}$ ☐ $\{2\}$ ☐ $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ ☐ $\{-2,2\}$

---

9. Sean $B=\{V_1,V_2,V_3\}$ y $B'=\{-V_1+V_2-V_3,V_2,V_1+2V_3\}$ bases de un espacio vectorial $\mathbb{V}$
Las coordenadas de V_1+V_2 en la base B' son:

☐ $(-1,1,0)$ ☐ $(1,1,0)$ ☐ $(-2,3,-1)$ ☐ $(-2,1,-1)$

---

10. Sean $B=\left\{(0,0,1)\ ;\ (0,1,0)\ ;\ (1,0,0)\right\}$ y g y $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ las transformaciones lineales tales que $\mathrm{M}_{\mathrm{EB}}(f)=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ y $\mathrm{M}_{\mathrm{BE}}(g)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Entonces $\left(g\circ f\right)(1,2,3)$ es igual a:

☐ $(6,-4,11)$ ☐ $(21,0,-2)$ ☐ $(2,6,5)$ ☐ $(15,6,-6)$

---

11. Dados $\mathbb{S}=\left\langle(1,-1,3a)\ ;\ (a^2,-1,3)\right\rangle$ y $\mathbb{T}=\left\{x\in\mathbb{R}^3 / x_1+x_2=0\right\}$, el conjunto de los $a\in\mathbb{R}$ tales que $\mathbb{S}=\mathbb{T}$ es

☐ $\varnothing$ ☐ $\{0\}$ ☐ $\{-1\}$ ☐ $\{-1,1\}$

12. Sean $\mathbb{S}=\{x\in\mathbb{R}^5 / x_1+x_2=x_3-x_5=x_1+x_5=0\}$ y $\mathbb{T}=\{x\in\mathbb{R}^5 / x_1=x_2=x_5=0\}$.

Si $\mathbb{H}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^5$ tal que $\mathbb{S}\subset\mathbb{H}$ y $\mathbb{T}\subset\mathbb{H}$, entonces la mínima dimensión que puede tener $\mathbb{H}$ es:

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

---

13. Un valor de a tal que $\mathfrak{J}:\begin{cases} ax_1 + x_3 = 1 \\ (a-1)x_2 - x_3 = 2 \\ (a+2)x_3 = a-7 \end{cases}$ es indeterminado es:

☐ 0 ☐ −2 ☐ 7 ☐ 1

---

14. Sea $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la t. l. tal que $f^{-1}(1,0,1)=\frac{1}{2}(1,0,1)$; $f(0,1,-1)=(0,-1,1)$ y $f(0,1,1)-f(0,1,-1)=(0,4,2)$. Entonces el conjunto de los autovalores de f es

☐ $\{2,-1,3\}$ ☐ $\{1/2\}$ ☐ $\{1/2,-1,3\}$ ☐ $\{2,-1,1\}$

---

15. Si $z=\sqrt{2}\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}+i\operatorname{sen}\frac{7\pi}{6}\right)$, entonces el módulo y el argumento de z son:

☐ $|z|=1$, $\arg(z)=\frac{\pi}{4}$ ☐ $|z|=1$, $\arg(z)=\frac{7\pi}{4}$

☐ $|z|=\sqrt{2}$, $\arg(z)=\frac{\pi}{6}$ ☐ $|z|=\sqrt{2}$, $\arg(z)=\frac{7\pi}{6}$

---

16. Si $P=(2,2,1)$ y $\mathbb{L}:\lambda(3,-1,2)+(-5,1,-3)$, entonces el punto de $\mathbb{L}$ que está más cerca de P es:

☐ $(0,4,1)$ ☐ $(1,-1,1)$ ☐ $(-2,0,-1)$ ☐ $(-5,1,-3)$

---

17. Sean B y B' dos bases distintas de un e.v. $\mathbb{V}$ y $f:\mathbb{V}\to\mathbb{V}$ un isomorfismo.

Si $M_{BB'}(f)=A$ y $M_{BB'}(id)=C$, entonces $M_{BB'}(f^{-1})=$

☐ $C^{-1}A^{-1}C$ ☐ A^{-1} ☐ $A^{-1}C$ ☐ $CA^{-1}C$

---

18. Si $p:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ es un proyector tal que $\operatorname{Nu} p=\{x\in\mathbb{R}^4 / x_1-x_3=0\}$ e $\operatorname{Im} p=\langle(0,1,1,0)\rangle$, entonces $p(1,0,0,1)=$

☐ $(1,1,1,1)$ ☐ $(0,0,0,0)$ ☐ $(1,0,0,1)$ ☐ $(0,-1,-1,0)$

---

19. Sea $f:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ un epimorfismo, y sea $g:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que dim Nu g = 2. Entonces la dimensión de $\operatorname{Nu}(g\circ f)$

☐ es 4 ☐ No queda determinada ☐ es 2 ☐ es 3

---

20. Si $B=\{V_1,V_2,V_3\}$ es base de un e.v. $\mathbb{V}$ y $f:\mathbb{V}\to\mathbb{V}$ es la transformación lineal tal que $M_B(f)=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, entonces $f^{-1}(V_1-V_2+V_3)=$

☐ $(-2,-1,5)$ ☐ $-2V_1-V_2+5V_3$ ☐ $-4V_2-3V_3$ ☐ $(0,-4,-3)$
