

CICLO BÁSICO COMÚN EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA
 CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA DICIEMBRE DE 2004
 GUTIERREZ-FAURING

1. El conjunto de valores de k tales que la matriz $\begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 2 \\ 0 & k & 1 \end{bmatrix}$ no es inversible es
- \emptyset

 $\mathbb{R} - \{1\}$

 $\{0,1\}$

 $\{0,1,2\}$

2. Si $(1,2,3)$ y $(0,1,-1)$ son soluciones de $Ax = b$, con $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $b \neq 0$, entonces una solución de $Ax = 3b$ es:
- $3(1,2,3) + 3(0,1,-1)$

 $3(1,2,3) - (0,1,-1)$
 $(1,2,3) + (0,1,-1)$

 $2(1,2,3) + (0,1,-1)$

3. Si A y $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ $\det A = 6$ y $\det B = -2$, entonces $\det(3AB^{-1})$ es igual a:
- -27

 27

 -9

 -36

4. La suma de todas las raíces de $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ es igual a:
- $-3/2$

 3

 -3

 $3/2$

5. La recta que pasa por $P = (1,2,-1)$ y $Q = (2,1,0)$ es:
- $\lambda(-1,1,-1) + (0,3,-2)$

 $\lambda(1,2,-1) + (-1,1,-1)$
 $\lambda(1,2,-1) + (2,1,0)$

 $\lambda(-1,1,-1) + (-1,1,-1)$

6. Dados el plano $\Pi : 2x + y - 2z = 2$ y el punto $P = (2,0,-2)$, se verifica $d(P, \Pi) =$
- 2

 -2

 $10/3$

 $8/3$

7. Si $\mathbb{S} = \langle (1,-1,2,3) ; (0,1,1,2) \rangle$ y $\mathbb{W} = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 - x_2 - x_4 = 0\}$, entonces $\mathbb{S}^\perp \cap \mathbb{W} =$
- $\langle (1,0,-2,1) ; (1,1,0,0) \rangle$
 $\langle (1,0,-2,1) \rangle$

 $\{0\}$

 $\langle (3,-4,5,7) \rangle$

8. Si $\mathbb{S} = \langle (1,2,1) ; (0,k,-2) ; (1,0,k+1) \rangle$, el conjunto de los k tales que $\mathbb{S} = \mathbb{R}^3$ es
- $\mathbb{R} - \{2\}$

 $\{2\}$

 $\mathbb{R} - \{-2,2\}$

 $\{-2,2\}$

9. Sean $B = \{V_1, V_2, V_3\}$ y $B' = \{-V_1 + V_2 - V_3, V_2, V_1 + 2V_3\}$ bases de un espacio vectorial \mathbb{V}

Las coordenadas de $V_1 + V_2$ en la base B' son:

- $(-1,1,0)$

 $(1,1,0)$

 $(-2,3,-1)$

 $(-2,1,-1)$

10. Sean $B = \{(0,0,1) ; (0,1,0) ; (1,0,0)\}$ y g y $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ las transformaciones

lineales tales que $M_{EB}(f) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ y $M_{BE}(g) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Entonces $(g \circ f)(1,2,3)$ es igual a:

- $(6,-4,11)$

 $(21,0,-2)$

 $(2,6,5)$

 $(15,6,-6)$

11. Dados $\mathbb{S} = \langle (1,-1,3a) ; (a^2,-1,3) \rangle$ y $\mathbb{T} = \{x \in \mathbb{R}^3 / x_1 + x_2 = 0\}$, el conjunto de los $a \in \mathbb{R}$ tales que $\mathbb{S} = \mathbb{T}$ es

- \emptyset

 $\{0\}$

 $\{-1\}$

 $\{-1,1\}$

12. Sean $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^5 / x_1 + x_2 = x_3 - x_5 = x_1 + x_3 = 0\}$ y $\mathbb{T} = \{x \in \mathbb{R}^5 / x_1 = x_2 = x_5 = 0\}$.

Si \mathbb{H} es un subespacio de \mathbb{R}^5 tal que $\mathbb{S} \subset \mathbb{H}$ y $\mathbb{T} \subset \mathbb{H}$, entonces la mínima dimensión que puede tener \mathbb{H} es:

- 2 3 4 5

13. Un valor de a tal que $\mathfrak{J} : \begin{cases} ax_1 + & & x_3 & = & 1 \\ & (a-1)x_2 - & x_3 & = & 2 \\ & & (a+2)x_3 & = & a-7 \end{cases}$ es indeterminado es:

- 0 -2 7 1

14. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la t. l. tal que $f^{-1}(1,0,1) = \frac{1}{2}(1,0,1)$; $f(0,1,-1) = (0,-1,1)$ y

$f(0,1,1) - f(0,1,-1) = (0,4,2)$. Entonces el conjunto de los autovalores de f es

- $\{2, -1, 3\}$ $\{1/2\}$ $\{1/2, -1, 3\}$ $\{2, -1, 1\}$

15. Si $z = \sqrt{2} \left(\text{sen} \frac{\pi}{6} + i \text{sen} \frac{7\pi}{6} \right)$, entonces el módulo y el argumento de z son:

- $|z| = 1$, $\arg(z) = \frac{\pi}{4}$ $|z| = 1$, $\arg(z) = \frac{7\pi}{4}$
 $|z| = \sqrt{2}$, $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$ $|z| = \sqrt{2}$, $\arg(z) = \frac{7\pi}{6}$

16. Si $P = (2, 2, 1)$ y $\mathbb{L} : \lambda(3, -1, 2) + (-5, 1, -3)$, entonces el punto de \mathbb{L} que está más cerca de P es:

- $(0, 4, 1)$ $(1, -1, 1)$ $(-2, 0, -1)$ $(-5, 1, -3)$

17. Sean B y B' dos bases distintas de un e.v. \mathbb{V} y $f : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ un isomorfismo.

Si $M_{B B'}(f) = A$ y $M_{B B'}(id) = C$, entonces $M_{B B'}(f^{-1}) =$

- $C^{-1} A^{-1} C$ A^{-1} $A^{-1} C$ $CA^{-1} C$

18. Si $p : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ es un proyector tal que $\text{Nu } p = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 - x_3 = 0\}$ e

$\text{Im } p = \langle (0, 1, 1, 0) \rangle$, entonces $p(1, 0, 0, 1) =$

- $(1, 1, 1, 1)$ $(0, 0, 0, 0)$ $(1, 0, 0, 1)$ $(0, -1, -1, 0)$

19. Sea $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ un epimorfismo, y sea $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que $\dim \text{Nu } g = 2$. Entonces la dimensión de $\text{Nu}(g \circ f)$

- es 4 No queda determinada es 2 es 3

20. Si $B = \{V_1, V_2, V_3\}$ es base de un e.v. \mathbb{V} y $f : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ es la transformación lineal

tal que $M_B(f) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, entonces $f^{-1}(V_1 - V_2 + V_3) =$

- $(-2, -1, 5)$ $-2V_1 - V_2 + 5V_3$ $-4V_2 - 3V_3$ $(0, -4, -3)$