EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA (Primera parte) Ciencias Exactas e Ingeniería Febrero de 2004

1. Si $\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2$ y $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & c & d \\ -1 & a & b \end{pmatrix}$, entonces $\det A$ es igual a

☐ 0 ☐ 4 ☐ -4 ☐ 2

---

2. Sea π el plano que tiene normal $(1,-1,3)$ y pasa por $(-2,1,0)$. El punto $P=(0,3,a)$ pertenece a π si

☐ $a=-3$ ☐ $a=\ 1$ ☐ $a=-1$ ☐ $a=\ 0$

---

3. Sean $A \in \mathbf{R}^{nxn}$, $b \in \mathbf{R}^{nx1}$, $b \neq \mathbf{0}$. Si $\mathrm{V}_1, V_2 \in \mathbf{R}^{nx1}$ son soluciones del sistema $Ax=b$, entonces una solución del sistema $Ax=-b$ es

☐ $-V_1-V_2$ ☐ V_1-2V_2 ☐ $2V_1+V_2$ ☐ $-V_1+3V_2$

---

4. Sean $\mathbb{S}=\langle(1,2,0,0)\rangle$ y $\mathbb{T}=\{x\in\mathbf{R}^3\ /\ x_1+x_2+x_4=0\}$. Una base de $\mathbb{S}^{\perp}\cap\mathbb{T}$ es

☐ $\{(-2,1,0,1)\}$ ☐ $\{(-2,-1,1,1);(1,0,0,-1)\}$

☐ $\{(-2,1,0,1);(0,0,1,0)\}$ ☐ $\{(-2,-1,1,-1);(0,0,0,0)\}$

---

5. Sea $\mathrm{B}=\{(0,1,0,0);(0,0,1,0);(0,0,0,1);(1,0,0,0)\}$ y $\mathbb{S}=\{x\in\mathbf{R}^4\ /\ x_1+x_2=x_2=0\}$.

Si $v\in\mathbb{S}$, entonces las coordenadas de v en la base B son de la forma:

☐ $(0,0,a,b)$ ☐ $(a,b,0,0)$ ☐ $(0,a,b,0)$ ☐ $(0,a,0,b)$

---

6. Sean $\mathrm{B}=\{(1,1,0);(0,1,0);(0,0,1)\}$ una base de $\mathbf{R}^3$ y $f:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$ dada por

$\mathrm{M}_{\mathrm{EB}}(f)=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. El vector $(2,a,0)\in\mathrm{Im}(f)$ cuando a vale

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

---

7. Si z es solución de $iz=-\bar{z}$, y $\mathrm{Re}(z)<0$ entonces el argumento de z es

☐ $\pi/4$ ☐ $3\pi/4$ ☐ $5\pi/4$ ☐ $7\pi/4$

---

8. Las rectas $\mathbb{L}$: $\lambda(-1,2,k)+(3,-3,1)$ y $\mathbb{L}'=\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3\ /\ 2x+z=y-z=0\}$ son paralelas para k igual a

☐ 2 ☐ 0 ☐ -2 ☐ ningún k

---

9. Sea $\mathbb{S}=\langle(1,2,-1,-1);(1,2k-4,-1,2-k);(-k,-6,-2,1-k)\rangle$.

El conjunto de los $k\in\mathbf{R}$ para los cuales $\dim\mathbb{S}<3$ es

☐ $\mathbf{R}-\{3\}$ ☐ $\varnothing$ ☐ $\{-2\}$ ☐ $\{3,-2\}$

---

10. Si $f:\mathbf{R}^4\to\mathbf{R}^4$ y $\mathrm{g}:\mathbf{R}^4\to\mathbf{R}^3$ son epimorfismos, entonces dim $\mathrm{Nu}(g\circ f)$ es

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 0

---

11. Sea $f:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$ el isomorfismo tal que $f(0,1,-2)=(0,1,0)$, $f(-1,2,0)=(0,0,1)$ y $f(0,0,1)=(1,0,0)$. Entonces $f^{-1}(2,1,-4)$ es igual a

☐ $(6,-2,5)$ ☐ $(2,1,-4)$ ☐ 0 ☐ $(4,-7,0)$

---

12. Si $z = 1 - i$ entonces $\left(2 i z^2\right)^3$ es igual a

☐ 64 ☐ 0 ☐ -64 ☐ $8i$

---

13. El mínimo grado que puede tener un polinomio $\mathrm{P} \in \mathbf{R}[\mathrm{X}]$ que tiene a -1 como raíz simple, a -2 como raíz doble y a $2i$ como raíz triple es

☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 6

---

14. Si $\mathbb{S} = < V_1, V_2, V_3 >$ es un subespacio de $\mathbf{R}^4$ entonces puede afirmarse que

☐ $\mathbb{S}$ tiene dimensión 3 ☐ $\{V_1, V_2, V_3\}$ es linealmente independiente

☐ $\{V_1, V_2, V_3\}$ es base de $\mathbb{S}$ ☐ $\{V_1, V_2, V_3\}$ es sistema de generadores de $\mathbb{S}$

---

15. Sean en $\mathbf{R}^3$, $\Pi : 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$ y $\mathbb{L}: \lambda(0,-1,1) + (-2,-3,1)$.

Un punto de $\mathbb{L}$ que está a distancia 3 de Π es

☐ $(-2,-2,0)$ ☐ $(-2,0,-2)$ ☐ $(-2,-3,1)$ ☐ $(0,2,-3)$

---

16. Sea $\mathrm{B} = \{(1,1,0);(1,0,1);(0,1,1)\}$ base de $\mathbf{R}^3$ y $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ la transformación lineal tal que $\mathrm{M}_{\mathrm{B}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Entonces el núcleo de f es

☐ $\mathrm{Nu}\, f = \langle (1,1,2) \rangle$ ☐ $\mathrm{Nu}\, f = \langle (2,3,3) \rangle$

☐ $\mathrm{Nu}\, f = \{0\}$ ☐ $\mathrm{Nu}\, f = \langle (0,1,1) \rangle$

---

17. Sean $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^4$ $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2, x_3, x_3)$ y $g : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ tal que $g \circ f = \mathrm{Id}_{\mathbf{R}^3}$. Entonces $g(0,2,-1,-1)$ es igual a

☐ $(-2, 2, -1)$ ☐ $(0,2,-1,-1)$ ☐ $(1, 1, -1)$ ☐ $(0, 1, 1)$

---

18. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ k & 1 & 4 \\ 1 & k & k \end{pmatrix}$ y $\mathrm{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$, el conjunto de los $\mathrm{k} \in \mathbf{R}$ para los cuales el sistema $A x = b$ es incompatible es

☐ $\{0, 2, -2\}$ ☐ $\{2, -2\}$ ☐ $\{0\}$ ☐ $\varnothing$

---

19. Sea $\mathbb{S} = \{ x \in \mathbf{R}^4 \,/\, x_1 - 2x_3 + x_4 = 0 \}$. Un vector $v \in \mathbf{R}^4$ tal que $\{(2,0,1,0);(1,0,0,-1);v\}$ es una base de $\mathbb{S}$ es v igual a

☐ $(0,0,0,1)$ ☐ $(1,0,1,1)$ ☐ $(-1,0,0,1)$ ☐ $(0,1,0,0)$

---

20 Sea $\mathrm{B} = \{(1, 0, 1);(0, 1, 0);(1, 0, -1)\}$ y $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ tal que

$\mathrm{M}_{\mathrm{EB}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Los autovalores de f son

☐ 1 y 2 ☐ 0, 1 y 2 ☐ 2 y -2 ☐ 1, 2 y -2
