EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO CICLO BÁSICO COMÚN

CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA

DICIEMBRE 2003

1. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = \dfrac{e^{-3x}}{1+e^{-x}}$ en el punto $(0\ ,1/2\ )$ es

☐ $-7/4$ ☐ -5 ☐ $-5/2$ ☐ $-5/4$

---

2. La cantidad de soluciones de $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ en $[0,+\infty)$ es

☐ 3 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

---

3. Se define $f(x) = \dfrac{e^{-3x}}{7+e^{1/x}}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = k$. Entonces f es continua para

☐ $k = 1/8$ ☐ ningún k ☐ $k = 0$ ☐ $k = 1/7$

---

4. Sean $a_n = \sqrt[n]{n} - \dfrac{1}{n}$; $b_n = \dfrac{3n^2+1}{2n^2+3}$; $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{-n}$. Podemos afirmar que existe

$n_0 \in \mathrm{N}$ tal que si $n \geq n_0$, entonces

☐ $c_n \leq b_n \leq a_n$ ☐ $c_n \leq a_n \leq b_n$ ☐ $a_n \leq b_n \leq c_n$ ☐ $b_n \leq a_n \leq c_n$

---

5. Sea $A = \left\{ n \in N /\ \dfrac{100}{n+1} < 4 \right\}$ entonces

☐ A está acotado inferiormente pero no superiormente.

☐ A está acotado superior e inferiormente

☐ A está acotado superiormente pero no inferiormente.

☐ A no está acotado superiormente ni inferiormente.

---

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos 4x}{x e^{4x} - x} =$

☐ 4 ☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$

---

7. Las ecuaciones de todas las asíntotas de $f(x) = \dfrac{\ln x}{x-1}$ son

☐ $y = 0$ ☐ $x = 1$; $y = 0$ ☐ $x = 1$ ☐ $x = 0$; $y = 0$

---

8. $f(x) = x\, e^{k(3-x)}$ tiene un mínimo local en $x = 1/2$ para

☐ ningún k. ☐ $k = 2$ ☐ $k = -2$ ☐ $k = 1/2$

---

9. Si $k > 0$, el $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n!}{3n! + k^n} = \dfrac{1}{3}$

☐ para ningún valor de k. ☐ para todo k.

☐ sólo para $0 < k < 1$. ☐ sólo para $k \geq 1$.

---

10. La función $f(x) = x^2 . \ln^2(x)$ $(x > 0)$ es decreciente

☐ sólo en $(e^{-1}\ ; 1)$ ☐ sólo en $(0\ ; e^{-1})$

☐ sólo en $(0\ ; e^{-1})$ y en $(1; +\infty)$ ☐ sólo en $(1; +\infty)$

---

11. $f:[0,1]\to R$ es continua. Sean las afirmaciones:

(A) Si $\int_0^1 f(x)\,dx < 0$, entonces existe $x_0 \in (0;1)$ tal que $f(x_0)<0$.

(B) Si $f(x)<0$ para todo $x\in[0;1]$, entonces $\int_0^1 f(x)\,dx<0$.

- ☐ sólo A es verdadera.
- ☐ A y B son ambas verdaderas.
- ☐ sólo B es verdadera.
- ☐ A y B son ambas falsas.

---

12. Una primitiva de $\ln^2(x)$ es

- ☐ $x\ln^2(x) - 2x\ln(x) + 2x$
- ☐ $2\ln(x)$
- ☐ $\dfrac{\ln^3(x)}{3}$
- ☐ $\dfrac{2\ln(x)}{x}$

---

13. Si $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n x^n}{n^2 \alpha^{n+1}}$ es convergente solamente para $x\in[-4;4]$, con $\alpha>0$,

entonces α es igual a

- ☐ $3/4$
- ☐ 12
- ☐ $4/3$
- ☐ 1

---

14. Si $P(x)$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x) = x\ln(3x)$ en $x=1/3$,

entonces $P(4/3) =$

- ☐ $5/2$
- ☐ 4
- ☐ $5/6$
- ☐ $7/6$

---

15. Si $G(x) = \int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2}\,dt$ entonces el valor de $G'(9)$ es igual a

- ☐ $e^9/6$
- ☐ e^9
- ☐ $3e^9$
- ☐ $e^9/3$

---

16. El área de la región comprendida entre las curvas $y=x^2$ e $y=x^n$ $(n\in N)$

con $x>0$ es igual a $2/9$ para

- ☐ $n=10$
- ☐ $n=9$
- ☐ $n=8$
- ☐ ningún n

---

17. $f(x)=x\cdot\sqrt{3-x}$ para $x\in[1;3]$, y f alcanza el máximo absoluto en $x=M$

y el mínimo absoluto en $x=m$. Entonces

- ☐ no existe m, y $M=2$.
- ☐ $m=2$; $M=3$
- ☐ $m=3$; $M=2$
- ☐ $m=1$; $M=2$

---

18. El mayor número natural k para el cual la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n^k}+2}{n^3+1}$ es convergente es

- ☐ 4
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

---

19. Si f satisface $\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = x^3$, y $f(0)=1$, entonces $f(x)=$

- ☐ $\dfrac{x^8}{16}+1$
- ☐ $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{x^4}{4}+2\right)^2$
- ☐ $\dfrac{x^8}{64}+1$
- ☐ $\left(\dfrac{x^4}{4}+2\right)^2$

---

20. Si en la integral $\int_0^3 x\sqrt{25-x^2}\,dx$ se hace la sustitución $u=25-x^2$, resulta

- ☐ $\int_{16}^{25}\dfrac{\sqrt{u}}{2}\,du$
- ☐ $\int_{16}^{25}\sqrt{u}\,du$
- ☐ $\int_0^3\dfrac{\sqrt{u}}{2}\,du$
- ☐ $\int_4^5\sqrt{u}\,du$
