CBC EXAMEN LIBRE ANÁLISIS (28) PRIMERA PARTE
INGENIERÍA-CIENCIAS EXACTAS FEBRERO 2000

Para aprobar esta primera parte del examen es necesario tener por lo menos 13 respuestas correctas. En cada ejercicio marque la única respuesta correcta. Las preguntas sin contestar no se tomarán en cuenta.

---

1. Sea $a > 0$ y $L = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n^5}$. Entonces

☐ $L = +\infty$ si $a > 1$; $L = 0$ si $0 < a < 1$
☐ $L = +\infty \ \forall a \neq 1$
☐ $L = 0 \ \forall a \neq 1$
☐ $L = 0$ si $a > 1$; $L = +\infty$ si $0 < a < 1$

---

2. Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 3$, estamos en condiciones de asegurar que

☐ $a_n \neq 3$ para infinitos valores de $n \in \mathbb{N}$
☐ $a_n < 3{,}001$ para casi todo $n \in \mathbb{N}$
☐ $a_n < 2{,}9999$ para casi todo $n \in \mathbb{N}$
☐ $a_n > 3{,}0001$ para infinitos valores de $n \in \mathbb{N}$

---

3. Si $\left(1 + \dfrac{a}{3n}\right)^{2n+1} \to 5$ cuando n tiende a infinito, entonces a es igual a

☐ -1
☐ $\ln \dfrac{15}{2}$
☐ $\dfrac{3}{2}$
☐ $\dfrac{3}{2} \ln 5$

---

4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x + \operatorname{sen} x}{e^x + e^{-z}}$

☐ no existe
☐ 1
☐ $+\infty$
☐ 0

---

5. El conjunto de positividad de $(x+2)(x-1)(3-x)(x-5)^2$ es

☐ $(-\infty\,;-2) \cup (1\,;3) \cup (5\,;+\infty)$
☐ $(-2\,;1) \cup (3\,;+\infty)$
☐ $(-\infty\,;-2) \cup (1\,;3)$
☐ $(-\infty\,;-2) \cup (5\,;+\infty)$

---

6. Se define $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} 6x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = A$. Entonces f es continua para

☐ ningún valor de A
☐ $A = 1/2$
☐ $A = 0$
☐ $A = 3/2$

---

7. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) > 0$, y además $f(x) \cdot f'(x) = -\dfrac{1}{2} e^{-4x}$ y $f(0) = \dfrac{1}{2}$.

Entonces $f(x) =$

☐ $\dfrac{1}{2} e^{-2x}$
☐ e^{-2x}
☐ $\dfrac{1}{2} e^{-4x}$
☐ $2e^{-2x}$

---

8. Entre todos los pares de números x e y que están relacionados por $2x + y = 28$, el producto máximo entre ellos se logra para

☐ $x = 9$; $y = 10$
☐ $x = 14$; $y = 7$
☐ ningún par de números
☐ $x = 7$; $y = 14$

---

9. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Está definida como $f(x) = x^{11} + 3x^7 + 4x + 6$. Entonces $\left(f^{-1}\right)'(6)$ es igual a:

☐ faltan datos
☐ $1/4$
☐ 6
☐ 0

---

10. La derivada de x^x es:

☐ $x \cdot x^{x-1}$
☐ $1 + \ln x$
☐ $x^x (1 + \ln x)$
☐ $x^{x-1} \ln x$

---

11. Si $f(x) = x + \operatorname{sen}(\pi - x)$ entonces su recta tangente en el punto $(\pi/2\,;\, f(\pi/2))$ tiene ecuación

☐ $1 - \cos(\pi - x)$ ☐ 1 ☐ $x - \pi/2$ ☐ $1 + x$

12. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que su derivada f' es $f'(x) = e^{-x}\,(\operatorname{sen} x - 2)x^2$. Entonces los extremos de f son:

☐ En $x_0 = 0$ hay un mínimo local ☐ ninguno: f es creciente en $\mathbb{R}$

☐ ninguno: f es decreciente en $\mathbb{R}$ ☐ En $x_0 = 0$ hay un máximo local

13. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función derivable tal que $f(0) = 3$ y $f'(0) = 4$. Se define $H(x) = \int_0^{x^2-1} f(t)\,dt$. El polinomio de Taylor de H de orden 2 en $x = 1$ es:

☐ $6(x-1) + 11(x-1)^2$ ☐ $6x + 11x^2$

☐ $3 + 4(x-1) + 12(x-1)^2$ ☐ $6(x-1) + 22(x-1)^2$

14. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función continua. Si en la integral $\int_{-1}^{5} f(2-3x)\,dx$ se hace la sustitución $u = 2 - 3x$, entonces se obtiene:

☐ $-3\int_5^{-13} f(u)\,du$ ☐ $\frac{1}{3}\int_{-13}^{5} f(u)\,du$

☐ $-\frac{1}{3}\int_{-1}^{5} f(u)\,du$ ☐ $\frac{1}{3}\int_{-1}^{5} f(u)\,du$

15. $f:[-3\,;1]\to\mathbb{R}$ está definida como $f(x) = -2$ si $x\in[-3\,;0]$, $f(x) = 6$ si $(0\,;1]$.
El área de la región encerrada entre el eje **x** y el gráfico de f a lo largo de $[-3\,;1]$ vale:

☐ -1 ☐ 12 ☐ 0 ☐ $+\infty$

16. $f:[0\,;+\infty]\to\mathbb{R}$ es continua y $\int_0^{x^3+x} f(t)\,dt = e^{x^2-1} + x^5 - e^{-1}$. Entonces $f(2) =$

☐ $\frac{7}{4}$ ☐ 0 ☐ $\frac{e^3 + 32 + e^{-1}}{10}$ ☐ -1

17. ¿Cuál es el intervalo de convergencia de $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n \ln n}$?

☐ $(-2\,;2)$ ☐ $(-8\,;8)$ ☐ $[-2\,;2)$ ☐ $(-\infty\,;+\infty)$

18. El conjunto $A = \left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x > 0 \text{ y } 2\ln x < x^2\right\}$ es igual a:

☐ $\varnothing$ ☐ $(0\,;1)$ ☐ $[1\,;+\infty)$ ☐ $(0\,;+\infty)$

19. ¿Cuál es la cantidad de soluciones de la ecuación $x^4 - 4x + 1 = 0$?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 4

20. El $\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=0}^{n} \frac{2^{k+3}}{3^{k+2}}\right)$ es igual a

☐ $\frac{8}{3}$ ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ $\frac{3}{2}$

El mismo examen, en forma de quiz y con los resultados, está disponible en
http://www.rinconmatematico.com/tests/quizzes.htm