Para aprobar el examen es necesario tener por lo menos 8 respuestas correctas, y más respuestas correctas que incorrectas. En cada ejercicio marque la única respuesta correcta. Las preguntas sin contestar no se tomarán en cuenta.

---

1. Sean $a_n = \dfrac{3n+1}{2n-9}$, $I = \inf a_n$, $S = \sup a_n$. Entonces

☐ $I = -13$; $S = 16$ ☐ $I = -13$; $S = 2/3$

☐ I no existe ; $S = 16$ ☐ $I = 2/3$; S no existe

---

2. Se puede asegurar que la sucesión $a_n = \dfrac{n\, 12^n}{13^n}$ es estrictamente decreciente:

☐ recién a partir de $n = 125$ ☐ nunca

☐ para todo n ☐ para $n > 12$

---

3. La sucesión de términos positivos a_n viene dada por $a_1 = 1$ y $a_{n+1} = a_n + \dfrac{3}{a_n}$ para $n \geq 1$. Entonces $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

☐ no existe ☐ $= +\infty$ ☐ $= 3$ ☐ $= 0$

---

4. Si $A = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3e^x - 2e^{-x}}{2e^x + 3e^{-x}}$ y $B = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3e^x - 2e^{-x}}{2e^x + 3e^{-x}}$ entonces

☐ $A = 3/2$; $B = -2/3$ ☐ $A = 3/2$; $B = 0$

☐ $A = 1$; $B = -\infty$ ☐ A y B no son calculables

---

5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x - x^2 - x - 1}{x \operatorname{sen} x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = A$. Entonces f es continua:

☐ para ningún A ☐ sólo para $A = 1/2$

☐ solamente para $A = -1/2$ ☐ para $A = 0$

---

6. $f : \mathbb{R} \to (1, +\infty)$ tiende decrecientemente a 1 cuando $x \to +\infty$. Entonces $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-1}$

☐ puede no existir. ☐ $= -\infty$ ☐ $= 0$. ☐ $= +\infty$

---

7. Sean $f(x) = x \operatorname{sen}(1/x)$ si $x \neq 0$, $f(0) = 0$; $g(x) = x^2 \operatorname{sen}(1/x)$ si $x \neq 0$, $g(0) = 0$

☐ no existe $f'(0)$ y existe $g'(0)$ ☐ no existe $f'(0)$ y no existe $g'(0)$

☐ existe $f'(0)$ y existe $g'(0)$ ☐ existe $f'(0)$ y no existe $g'(0)$

---

8. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable y $L = \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(\operatorname{sen} x) - f(\operatorname{sen} a)}{x - a}$. Entonces

☐ L puede no existir ☐ $L = f'(\operatorname{sen} a).\cos a$

☐ $L = f'(\operatorname{sen} a)$ ☐ $L = +\infty$

---

9. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x \cdot e^{k x^2}$. Si f tiene un punto crítico en $x_0 = 1/4$, entonces

☐ $k = -8$ y f no tiene extremos

☐ $k = -1$ y f tiene un máx. absoluto en x_0

☐ $k = -8$ y f realiza en x_0 un máximo relativo

☐ $k = -8$ y f realiza en x_0 un mínimo relativo

---

10. Dadas las funciones definidas en $\mathbb{R}$ $f(x) = e^{3x}$ y $g(x) = 3x + 1$

☐ $f(x) \leq g(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ ☐ $f(x) \geq g(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

☐ $f(x) \geq g(x)$ sólo $\forall x \geq 0$ ☐ $f(x) \geq g(x)$ sólo $\forall x \leq 0$

---

11. El polinomio de Taylor de f de orden 2 en $x=1$ es $3-2(x-1)+5(x-1)^2$.
Se define $g(x)=f(x^2+e^{2x})$. Entonces $g''(0)$ es igual a

☐ 28 ☐ 4 ☐ 8 ☐ -2

---

12. La recta $y=ax$ es tangente al gráfico de $y=\ln x$ en el punto $(x_0,\ln x_0)$ para

☐ $x_0=1\,;a=e$ ☐ $x_0=e^{-1}\,;a=e$

☐ $x_0=1\,;a=1$ ☐ $x_0=e\,;a=e^{-1}$

---

13. Sea $f:\mathbb{R}_{>0}\to\mathbb{R}$ $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\ln x-\dfrac{4}{3}$. Si n es el número de raíces reales de f :

☐ $n\geq 3$ ☐ $n\leq 1$ ☐ $n=2$ ☐ $n=1$

---

14. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es dos veces derivable y f tiene exactamente 6 raíces reales. Si n es la cantidad de raíces reales de f'', entonces sobre n podemos asegurar:

☐ $n\leq 6$ ☐ $n\geq 4$ ☐ $n=4$ ☐ $n\leq 4$

---

15. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tiene derivada primera continua, $f(1)=3$ y $\int_0^1 f(x)\,dx=4.$.

Entonces $\int_0^1 x\cdot f'(x)\,dx$ es igual a:

☐ -1 ☐ 1 ☐ 7 ☐ 3

---

16. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es continua y $\int_0^{x^3} f\left(\sqrt[3]{t}\right)dt=e^{x^2}-1$. Entonces $f(1)$ es igual a

☐ $2e$ ☐ $2e/3$ ☐ 0 ☐ e^{-1}

---

17. $\int_0^1 (1-x)^{100}x^{30}\,dx$ es igual a:

☐ $-\int_0^1 u^{100}(1-u)^{30}\,du$ ☐ $\dfrac{1}{(31)(101)}\int_0^1 u^{101}(1-u)^{31}\,du$

☐ $\left[\int_0^1 u^{100}\,du\right].\left[\int_0^1 (1-u)^{30}\,du\right]$ ☐ $\int_0^1 u^{100}(1-u)^{30}\,du$

---

18. Sean $g(x)=x^3$, y $f(x)$ la recta que pasa por los puntos $(2\,;8)$ y $(3\,;27)$. ¿Cómo viene dada el área de la región encerrada entre f y g, para $x\in[0,3]$?

☐ $-\int_0^2 [g(x)-f(x)]\,dx+\int_2^3 [f(x)-g(x)]\,dx$ ☐ $\left|\int_0^3 [g(x)-f(x)]\,dx\right|$

☐ $\int_0^2 [g(x)-f(x)]\,dx+\int_2^3 [f(x)-g(x)]\,dx$ ☐ $\int_0^3 [g(x)-f(x)]\,dx$

---

19. Dadas $S=\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{1}{k!}$ y $T=\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{2^k}{k^k}$

☐ ninguna converge ☐ sólo S converge ☐ sólo T converge ☐ ambas convergen

---

20. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-p)^n$ converge sólo para $x\in[-3,5]$ y existe $\lim_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=L$. Entonces

☐ $p=1$; $L=1/4$ ☐ $p=0$; $L=4$

☐ $p=1$; $L=4$ ☐ $p=0$; $L=0$

El mismo examen, en forma de quiz y con los resultados, está disponible en
http://www.rinconmatematico.com/tests/quizzes.htm